以成本最小为目标函数制订光学公差

姜会林

摘要：本文从提高光学系统经济效益的宗旨出发，提出了以成本最小为目标函数，以对比传递函数允许改变量和加工能力为约束条件，制订光学公差的思想、方法和计算公式。

一、引　　言

所谓光学公差，是指光学系统结构参数设计完成后，给出的性能变化所允许的各光学件的加工误差。

如何给出光学公差呢？目前多数单位主要是凭经验。这种方法虽然缺乏严格的根据和统一的标准，但由于有以往的成果为借鉴，因而在一般情况下还比较可行。除此以外，还有几种通过计算来制订光学公差的方法[1][2][3][4]，其基本思想大都是从满足光学系统的性能指标出发，列出结构参数变化对象差影响的关系式（多数是近似的），或单独求解，或联立求解，从而确定光学公差的数值。

以前给定的光学公差，普遍反映偏严。其中一部分已被实践证明是要求不合理的，即并非保证性能所必须的。例如，我国一个较大的、水平较高的光学工厂，中倍显微镜的透镜报废率达30%以上，玻璃报废率为40%。为了提高成品率，负责光学工艺的同志曾进行试验，他们专门选择一批报废的零件——即某一误差范围内的超差件进装校车间，结果显微镜总检时基本上都顺利通过了。所以光学工艺组自定了一套与设计图纸不符的“内控公差”(比设计者给的公差松)。这样做，既满足了显微镜的性能指标要求，又提高了零件的合格率。

就过去制订公差的一般情况来说，设计者主要考虑的是满足光学性能要求，具体地说，就是焦距、截距以及球差、彗差、象散、场曲、畸变、色差等等，而这些量对光学系统总体性能和使用要求的影响关系及其定量的计算，目前还缺乏全面的、严格的依据和确切的表示。在这种情况下，为确保上述诸项要求，必然导致公差过严。这就使得工艺困难，工时增多，材料浪费，成本增加，经济效益下降。为了解决这个问题，有的工厂采用价值工程方法[5]，对各零、部件进行功能分析，从中寻求放松公差提高经济效益的途径。比如，一个光学工厂改进望远镜，原光学系统公差过严，功能过剩，每台光学零件加工费为 11.97 元。经过改进，光学零件加工费每台只需2.81元，相当于原来的四分之一。

那末，如何制订光学公差既能保证必要的光学性能指标，又能获得尽量高的经济效益呢？这就是本文要讨论的主要问题。

二、基　本　思　想

通过分析目前制订光学公差的一些方法及其存在的问题，以及初步调查我国一些光学工

厂生产的实际情况，提出以下制订光学公差的基本思想：

以成本最小为目标函数，以单一性能指标要求和加工能力为约束条件，充分利用空气间隔等参数的补偿作用，并运用概率统计进行优化计算[6]确定光学零件的公差（属于带有不等式约束的单目标规划问题）。

其主要方法和步骤如下：

1. 列出成本与公差间的函数关系式，然后以成本最小作为求解公差的单一目标函数。其中成本与公差间函数关系式是通过对一些光学工厂的调查统计得到的。这样做，是为了突出成本在制订公差中的作用。

2. 以几何传函作为单一性能指标（小象差系统可用波差或其它物理量），用其允许变化量与公差间的关系式作为第一约束条件。这样做可以克服多性能指标的许多缺点（如：各单项指标的要求不好确定，彼此间的权重不好分配，多性能指标的数学求解也不方便等）。其中对各参数的灵敏度系数可通过光线计算或微分求出。

3. 用加工能力作为第二约束条件。这里所说的加工能力是指各项加工误差的上下限，如 $1 \leqslant N \leqslant 10$，若计算中得到某一面的光圈要求$N>10$，则认为没必要这么松，应把它定为$N=10$，再参加运算，由此可放松其它一些严公差；若计算中得到某一面$N<1$，则认为此要求过严了，应将它取为$N=1$，再参加运算，这样就把其它一些公差加严了。这些数值也是通过调查统计得到的。

4. 考虑概率统计特性

① 性能指标是服从正态分布的随机变量。因此可以根据MTF的允许改变量的概率要求确定其相应的分布方差要求，进而定出它与加工误差间的函数关系式；

② 各结构参数的制造误差也是服从某方差的正态分布的随机变量。对于大批量生产，可取公差为方差根的三倍。

5. 计算出空气间隔、光栏位置、离焦等对MTF可能的补偿能力，即通过光线计算或微分法计算出其引起的MTF改变量，其目的在于用它去放松一些严公差。

用这种方法求解公差的数学模型是：

$$\text{目标函数}\quad \min C(\overrightarrow{T}) = \min \sum_{j=1}^{N} f_j(T_j)$$

$$\text{约束条件}\begin{cases} \delta M^2 \geqslant \sum_{j=1}^{N} \left(\dfrac{\partial M}{\partial X_j} \right)^2 \delta_j^2 \\ G(\overrightarrow{T}) = 0 \end{cases}$$

式中

T_j——光学公差

X_j——结构参数

$C(\overrightarrow{T})$——生产成本

M——对比传递函数MTF

δM——MTF的分布方差根

δ_j——制造误差方差根

$\frac{\partial M}{\partial X_j}$——灵敏度系数

$G(\vec{T})$——包括公差上下限及焦距、截距、倍率、畸变等性能限制量

三、计 算 公 式

1. 目标函数

在此我们仅以球面光学零件为例，并只列出光圈N（可换算成曲率半径误差$\triangle r$）、中心厚度差$\triangle d$、偏心差δ、折射率差$\triangle n$等几种公差，经过初步调查统计，整理出生产成本随公差而变化的函数关系如下：

① 成本变化$\triangle C_1$——光圈N

在规化条件下（见附表），并令$T_1 = N$，$\triangle C_1 = C_0\alpha_1$，则

$$\alpha_1 = K_1\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{10}\right)^{0.65}$$

其中当　$\phi = 10\sim27$时　　$K_1 = 0.52$

　　当　$\phi = 27.5\sim45$时　$K_1 = 0.59$

　　当　$\phi = 46\sim120$时　$K_1 = 0.77$

② 成本变化$\triangle C_2$——中心厚度差$\triangle d$

在规化条件下（见附表），并令$T_2 = \triangle d$，$\triangle C_2 = C_0\alpha_2$，则

$$\alpha_2 = K_2(0.2 - T_2)^{3.3}$$

其中当　$\phi = 10\sim27$时　　$K_2 = 42$

　　当　$\phi = 27.5\sim45$时　$K_2 = 59$

　　当　$\phi = 46\sim120$时　$K_2 = 67$

③ 成本变化$\triangle C_3$——偏心差δ

在规化条件下（见附表），并取$|r| \leqslant 500$，令$T_3 = \delta$，$\triangle C_3 = C_0^*\alpha_3$，则

$$\alpha_3 = K_3(0.1 - T_3)^{2.5}$$

其中当　$\phi = 10\sim35$时　　$K_3 = 110$

　　当　$\phi = 36\sim50$时　　$K_3 = 135$

　　当　$\phi = 51\sim80$时　　$K_3 = 160$

　　当　$\phi = 81\sim100$时　$K_3 = 205$

④ 成本变化$\triangle C_4$——折射率差$\triangle n$

在满足无色光学玻璃价格等级分类的其它条件下，令$T_4 = \triangle n$，$\triangle C_4 = C_0^{**}\alpha_4$，近似有

$$\alpha_4 = K_4\left(1 - \frac{T_4}{10^{-3}}\right)^2$$

对于一般的K、F玻璃，$K_4 \approx 6$；其中C_0^{**}为合格品的价格。

说明：上面所列几种公差，是较易列出性能与公差间关系式的，故参加优化求解。至于其它公差如P、$\triangle\phi$以及ϕ/d、材料性能（加工）等，它们与成本之间的关系式均列在附表

中，虽然这些量目前还不便列出其与 MTF 之间的关系式，但从附表中可以看出它们对成本的影响程度，对于考虑那些公差的大小是有参考价值的。

公式中 C_0 为细磨抛光工序的工时成本；C_0^* 为定心磨边工序的工时成本。之所以如此，是因为一旦光学系统结构参数设计完成，其基础工时即可确定，随前三种公差而改变工时的主要工序就是细磨抛光和定心磨边。

由此可见，若要求 $\min C$，必要求 $\min\triangle C$；为了方便，仍记

$$\min C=\min\triangle C=\min\sum_{j=1}^{N}f_j(T_j)$$

2. 第一约束条件

① 由使用要求定出应达到的 MTF 值及其允许变化量 $\triangle MTF$，再求出灵敏度系数 $\frac{\partial M}{\partial X_j}$ 表。

计算公式如下：

由

$$MTF=\frac{1}{N}\sqrt{\left\{\sum_{j=1}^{N}\cos[2\pi(V_y TA_{y_j}+V_x TA_{x_j})]\right\}^2+\left\{\sum_{j=1}^{N}\sin[2\pi(V_y TA_{y_j}+V_x TA_{x_j})]\right\}^2}$$

$$=\frac{1}{N}\sqrt{(\sum\cos u_j)^2+(\sum\sin u_j)^2}$$

其中

$$u_j=2\pi(V_y TA_{yj}+V_x TA_{xj})$$

则 $du_j=2\pi(V_y dTA_{y_j}+V_x dTA_{x_j})$

$$\therefore\ dMTF=\frac{(\sum\sin u_j)[\sum(\cos u_j\cdot du_j)]-(\sum\cos u_j)[\sum(\sin u_j\cdot du_j)]}{N\sqrt{(\sum\cos u_j)^2+(\sum\sin u_j)^2}}$$

这样就导出了 MTF 对 TA_y、TA_x 的微分公式。至于 TA_y、TA_x 对光学系统结构参数的微分公式，可从文献[7]中查到。

把二者结合起来，即可求出 $\partial M/\partial X_j$ 表了。当然也可以通过重新追光线算出。

② $\triangle M$ 与其方差根 δM 的关系、制造公差 T_j 与其方差根 δ_j 的关系的分析计算如下：

设 M 与结构参数间的函数关系式为：

$$M=f(x_1,x_2,\cdots x_j\cdots x_N)$$

根据文献[6]，并主要考虑多数情况，在公差范围内可近似取泰勒展开的前两项，所以有

$$M=M_0+\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial M}{\partial X_j}\right)\triangle X_j$$

因为制造误差 $\triangle X_j$ 是服从某方差的正态分布的随机变量，而 M 又是 $\triangle X_j$ 的线性组合，所以 M 也是服从正态分布的随机变量，即 $M\sim N(M_0,\delta M)$，其方差 δM^2 为：

$$\delta M^2=\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial M}{\partial X_j}\right)^2\delta_j^2$$

我们计算一下对 M 取不同方差分布要求时的概率，如

$$P\{|M|\leqslant|M_0|+2\delta M\}=P\{-(|M_0|-2\delta M)\leqslant M\leqslant|M_0|+2\delta M\}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\Phi(2)-\Phi\left(\frac{-M_0-2\delta M-M_0}{\delta M}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[0.954+\Phi\left(2+2\frac{M_0}{\delta M}\right)\right]$$

当$M_0\gg\delta M$ $\frac{1}{2}[0.954+1]=97.7\%$

也可求出

$$P\{|M|\leqslant|M_0|+\delta M\}=\frac{1}{2}\left[\Phi(1)+\Phi\left(1+\frac{M_0}{\delta M}\right)\right]=84\%$$

假如我们要求以97.7%的概率保证系统的MTF值的变化量$\triangle M$在其允限之内，则要求其分布方差根为

$$\delta M=\frac{1}{2}\triangle M$$

这样便确定了δM的大小。δ_j应满足不等式

$$\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial M}{\partial Y_j}\right)^2\delta^2{}_j\leqslant\delta M^2$$

由此式求δ_j。

T_j与δ_j之间的关系：

从统计批量产品的误差规律看，大多数加工误差还是服从某方差的正态分布的随机变量。

令 $\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

其概率为

$$P\{a-3\sigma\leqslant\xi\leqslant a+3\sigma\}=\frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{a+3\sigma-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-3\sigma-a}{\sigma}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{2}[\Phi(3)-\Phi(-3)]=\Phi(3)=99.7\%$$

如果我们要求一批光学零件的加工误差以99.7%的概率落在公差以内，其公差值T_j就应为$T_j=3\delta_j$。此时落在δ_j以内的概率为$\Phi(1)=68.3\%$，落在$1.5\delta_j$以内的概率为$\Phi(1.5)=86.6\%$。

在如上所述情况下可列出

$$\begin{cases}\delta M=\frac{1}{2}\triangle M\\ T_j=3\delta_j\\ \sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial M}{\partial X_j}\right)^2\delta_j^2\leqslant\delta M^2\end{cases}$$

3. 第二约束条件

其中包括的公差上下限，根据初步调查，在常用的光学系统中可认为：

① 光圈N：$1 \leqslant N \leqslant 10$

② 中心厚差$\triangle d$：$0.01 \leqslant |\triangle d| \leqslant 0.2$

③ 中心偏δ：$0.02 \leqslant \delta \leqslant 0.1$（当$|r| \leqslant 500$）

④ 折射率差$\triangle n$：$1 \times 10^{-4} \leqslant |\triangle n| \leqslant 1 \times 10^{-3}$

这些量及焦距、截距、倍率、畸变等性能限制量，只在修正公差时使用，并不参予优化求解。

4. 求最优解

利用这种方法制订公差，实际上就是求解带约束的极小值问题[9]。为此，首先把它变成无约束问题。引入拉格朗日乘子λ，并把第一约束条件变为等式约束后记为$F(\vec{T})$，则有

$$L(\vec{T},\lambda) = C(\vec{T}) - \lambda F(\vec{T})$$

再引入一个新函数Z，且

$$Z = \sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial L}{\partial T_j}\right)^2 + [F(\vec{T})]^2$$

这样就把带约束的问题变为无约束问题了。然后对Z求极小值，并利用无约束的多变量函数的寻优方法，即可得到原问题的最优解。

利用如上方法求解后，再用空气间隔等参量变化时对MTF的补偿能力，放松那些可能放松的严公差，这样便确定了所要求的公差值。

四、说　　明

1. 本文所列参与优化计算的公差仅包括N、$\triangle d$、δ、$\triangle n$四项，还有一些未在其中。表面光洁度公差P对加工工时成本影响很大，由于它与MTF间的函数关系尚不很明确，故也未列其中。所谓表面光洁度，应指表面粗糙度或微观不平度（应与表面疵病分开），它对光学系统性能的影响应从光的散射理论来解释[9]。

2. 如何合理地制订光学公差，一直是光学设计工作者所讨论的重要课题之一。本文所阐述的制订公差的基本思想和计算方法，还有待于在实践中检验，希望能引起讨论并得到指教。

本文曾得到导师王大珩和翁志成同志的指导，并得到唐九华、王之江、袁旭沧、邓必鑫以及北京光学仪器厂、上海光学仪器厂、二九八厂等单位一些同志的启发和帮助，在此一并致谢。

附表

表 1 细磨抛光中P对工时的修正系数

	P = Ⅶ	Ⅵ	Ⅴ	Ⅳ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ
ϕ10～27	100	110	120	130	145	170	200
ϕ27.5～45	100	110	120	130	150	175	215
ϕ46～120	100	110	120	135	160	210	270

表 2 细磨抛光中Φ/d对工时的修正系数

	$\phi/d<8/1$	8/1～12/1	12/1～15/1	15/1～20/1	20/1～25/1
ϕ10～27	100	107	110	115	120
ϕ27.5～45	100	110	115	125	135
ϕ46～120	100	115	125	135	150

表 3 细磨抛光中材料对工时的修正系数

硬度	硬料		软料		软晶	硬晶
化稳性	好	差	好	差		
ϕ5～15	100	120	110	130	500	200
ϕ15～30	100	130	115	150	500	200
ϕ30～45	100	150	120	170	500	200
ϕ45～100	100	170	130	190	500	200
	K_6类	ZK、BaK类	F_1～F_2 ZF_1～ZF_2类	F_3、ZF_3、TF、ZBaF类	CaF_2、LiF、NaCl、$CaCO_3$类	天然石英

表 4 细磨抛光中（块数/盘）m 对工时的修正系数

	m = 43	31	25	15	11	7	6	4	3	1
ϕ5～10	100	108	118	122	127	201	217	234	281	356
ϕ10～20	100	109	122	136	157	213	224	289	328	455
ϕ20～30	100	110	124	158	197	221	244	303	381	580
ϕ30～40	100	121	135	165	217	272	298	333	424	680

表 5 定心磨边中加工余量对工时的修正系数

	加工余量≤1	1～1.5	1.5～2	2～2.5
ϕ5～10	100	110	115	120
ϕ10～50	100	105	110	115
ϕ50～100	100	103	105	110

表 6　定心磨边中P对工时的修正系数

	$P=$Ⅶ	Ⅵ	Ⅴ、Ⅳ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ
ϕ5～10	100	105	110	115	120	130
ϕ10～50	100	105	110	120	125	135
ϕ>50	100	105	110	120	130	140

表 7　定心磨边中△Φ对工时修正系数

	$\Delta\phi\geq0.1$	0.05	0.03	0.02
ϕ5～10	100	105	110	120
ϕ10～50	100	105	115	125
ϕ>50	100	105	120	130

表 8　定心磨边中材料对工时的修正系数

硬度	硬料		软料		软晶	硬晶
化稳性	好	差	好	差		
ϕ5～10	100	105	105	108	110	105
ϕ10～50	100	108	108	110	115	108
ϕ>50	100	110	110	115	120	110

规化条件：单块加工$m=1$，光圈$N\geq10$，口径厚度比$\phi/d<8/1$，中心厚度差 $|\Delta d|\geq0.2$，
光洁度$P\geq$Ⅶ，口径误差$\Delta\phi\geq0.1$，偏心差$\delta\geq0.1$，材料一般。

参 考 文 献

[1] 王之江;《光学设计理论基础》,科学出版社,1965,336.

[2] М.Д. Мальцев; «Расчет Допусков на Оптические Детали», Машиностроение, 1974.

[3] 松居吉哉; 公差の决め方,《品质管理》,25,No.4,1974.

[4] R R.Willey et al.;SPIE,1983,389,12.

[5] 吴澄等;《云光技术》,1983,No.2,5.

[6] D.G.Koch;SPIE,1978,147,71.

[7] D.P.Feder;J.O.S.A.,1968,58,No.11,1494.

[8] 范鸣玉, 张莹;《最优化技术基础》,清华大学出版社, 1982,188.

[9] T.V.Vorburger;J.R.of NBS,1984,89,No.1,3.

Making Optical Tolerance Using Minimum Cost as Target Function

Jiang Huilin

Abstract

This paper tries to proceed from the purpose of increasing economic benefits of optical systems, and to make a proposal in the thought, method and calculation formulae for making optical tolerance. In the suggested method, the target function is minimum cost, the restraint conditions are the permitted variation of MTF value and manufacturing ability.